



Candidato n.º _____

REDE SUL E ILHAS

Prova de avaliação dos conhecimentos para alunos que tenham concluído (ou venham a concluir) o nível ensino secundário de educação por vias profissionalizantes ou em cursos artísticos especializados.

Data da realização da prova: 03-07-2023

PARTE B

MATEMÁTICA

Classificação: Grupo I _____ ; Grupo II _____

Classificação final: _____

NORMAS

- As respostas devem ser dadas nos espaços previstos para tal, sem usar as margens ou as entrelinhas.
- Identifique e numere todas as folhas de prova com o número que lhe foi atribuído.
- Deverá ser utilizada caneta ou esferográfica azul ou preta.
- Não é permitido o uso de corretor.
- Não é permitida a utilização de qualquer dispositivo de comunicação móvel.
- É permitida a utilização de máquina de calcular, que satisfaça cumulativamente as seguintes condições:
 - ser silenciosa;
 - não necessitar de alimentação exterior localizada;
 - não ter capacidade de comunicação à distância;
 - não ter fitas, rolos de papel ou outro meio de impressão.
- A prova inclui um formulário para as questões do grupo I.
- As cotações das questões da prova estão disponíveis na última página.
- Nas questões com itens de escolha múltipla, assinale a sua resposta com uma cruz .



Candidato n.º _____

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

- As respostas ilegíveis ou que não possam claramente ser identificadas serão classificadas com zero pontos.
- Só serão consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca a opção assinalada. Caso seja apresentada mais que uma resposta em cada questão, a cotação atribuída será de zero pontos.
- Nas questões optativas, caso sejam resolvidas mais questões do que as solicitadas, serão consideradas apenas as primeiras dessas questões.

FORMULÁRIO

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

Probabilidade Total e Regra de Bayes

$$\begin{aligned}P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) = \\ &= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)\end{aligned}$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)}$$

com k a assumir os valores 1, 2 ou 3.

Modelo Normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \simeq 0,6827$$

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \simeq 0,9545$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \simeq 0,9973$$

Candidato n.º _____

GRUPO I – Estatística e Probabilidade

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

1. Durante o mês de outubro de 2022 foi registada a frequência dos treinos de um grupo de 100 pessoas inscritas num ginásio. A frequência de treinos durante o mês foi classificada como: Baixa (menos de 4 idas ao ginásio), Moderada (de 4 a 8 idas ao ginásio), Elevada (mais de 8 idas ao ginásio). Os resultados obtidos estão representados na Figura 1:

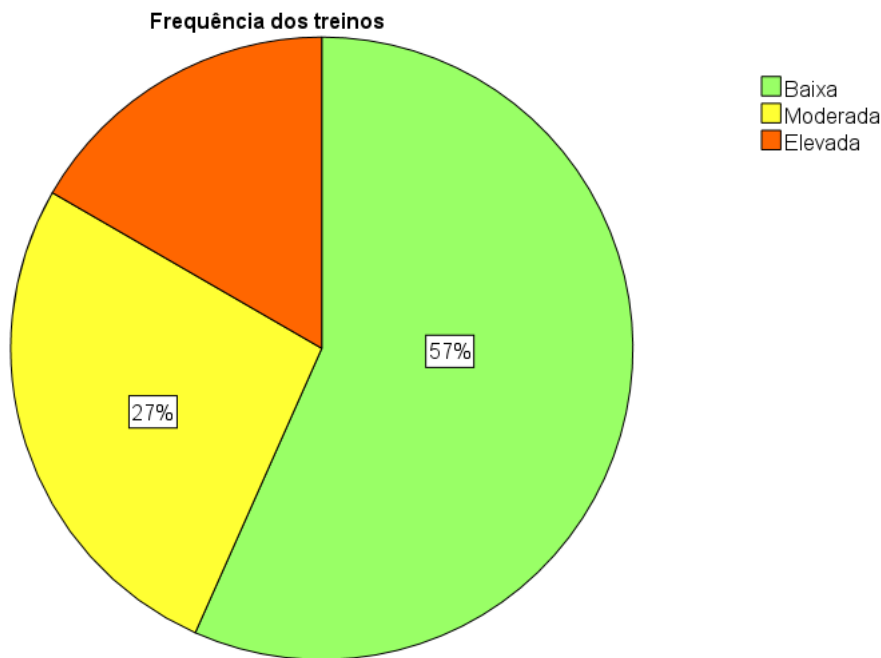


Figura 1

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 1.1. A variável representada na Figura 1 é:

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> (A) Discreta | <input type="checkbox"/> (D) Quantitativa |
| <input type="checkbox"/> (B) Categórica nominal | <input type="checkbox"/> (E) Categórica ordinal |
| <input type="checkbox"/> (C) Contínua | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

1.2. Considerando a frequência dos treinos em outubro de 2022 no referido ginásio, podemos afirmar que:

- (A) 20 pessoas foram mais de 8 vezes ao ginásio
- (B) 84 pessoas foram menos de 4 vezes ao ginásio
- (C) 84 pessoas foram menos de 8 vezes ao ginásio
- (D) 57 pessoas foram menos de 4 vezes ao ginásio
- (E) 16 pessoas foram entre 4 e 8 vezes ao ginásio
- (F) Nenhuma das anteriores

2. Numa determinada cidade foi analisado o número de divisões das habitações residenciais de 500 famílias. Na Tabela 1, parcialmente preenchida, encontram-se os resultados obtidos.

Tabela 1

Número de divisões	1	2	3	4	5
Frequência relativa simples	a	0,40		0,20	0,10

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

2.1. Se $a = 0,15$, a mediana do número de divisões das habitações é:

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5
- (F) Nenhuma das anteriores

2.2. Se a percentagem de habitações com pelo menos 3 divisões for igual a 55%, o número médio de divisões das habitações é:

- (A) 2,0
- (B) 2,5
- (C) 2,7
- (D) 2,8
- (E) 2,9
- (F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas uma questão de entre as questões 3 e 4.

3. Da análise do consumo médio de energia por agregado familiar durante 10 dias de dezembro numa determinada cidade obtiveram-se os resultados apresentados na Tabela 2:

Tabela 2

X - Temperatura diária média (°C)	15	14	12	14	12	11	11	10	12	13
Y - Consumo médio de energia (kW)	4,3	4,4	5,3	4,6	5,5	5,9	5,7	6,2	5,2	5,0

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 3.1. Considerando como variável dependente o consumo médio de energia, o modelo de regressão linear obtido a partir dos dados apresentados na Tabela 2 (com valores arredondados a duas casas decimais) é:

(A) $y = -10,16x + 0,40$

(D) $y = 0,40x + 10,16$

(B) $y = -0,40x + 10,16$

(E) $y = 10,16x - 0,40$

(C) $y = 0,40x - 10,16$

(F) Nenhuma das anteriores

- 3.2. Com base no modelo obtido, o valor do coeficiente de correlação (arredondado a duas casas decimais) é:

(A) $-1,98$

(D) $0,98$

(B) $-0,98$

(E) $1,88$

(C) $0,97$

(F) Nenhuma das anteriores



Candidato n.º _____

4. Nos pedidos de crédito à habitação, 30% dos contratos são realizados com taxa a 3 meses, 50% com taxa a 12 meses e 20% com taxa fixa.

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 4.1 Dos créditos a 3 meses são aprovados 20%, dos créditos a 12 meses são aprovados 20% e dos créditos com taxa fixa são aprovados 40%. A percentagem (arredondada às unidades) de créditos aprovados é:

(A) 15%

(D) 25%

(B) 20%

(E) 80%

(C) 24%

(F) Nenhuma das anteriores

- 4.2 Admitindo que o montante dos empréstimos (em centenas de milhares de euros, ME) tem uma distribuição normal de média $2 ME$ e variância $1,44 ME^2$, a probabilidade (com quatro casas decimais) de um crédito selecionado ao acaso ter um valor inferior a $0,8 ME$ é:

(A) 0,1587

(D) 0,4773

(B) 0,2275

(E) 0,6827

(C) 0,3173

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

**GRUPO II – Estudo de Funções Polinomiais; Taxa de variação;
Otimização; Funções de Crescimento**

QUESTÕES OBRIGATÓRIAS

5. Lançou-se uma bola ao ar a partir de um ponto situado a 5 metros do solo. Durante o movimento, a distância da bola ao solo, em metros, no instante t , em segundos, é dada por:

$$a(t) = 5 + 4t - 4t^2$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

- 5.1. O(s) instante(s) em que a bola está a uma distância de 5 metros do solo é (são):

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> (A) $t = 0$ ou $t = 6$ | <input type="checkbox"/> (D) $t = 1$ ou $t = 6$ |
| <input type="checkbox"/> (B) $t = 1$ ou $t = 4$ | <input type="checkbox"/> (E) $t = 4$ |
| <input type="checkbox"/> (C) $t = 0$ ou $t = 1$ | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 5.2. A altura máxima atingida pela bola é:

- | | |
|----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 5 m | <input type="checkbox"/> (D) 8 m |
| <input type="checkbox"/> (B) 6 m | <input type="checkbox"/> (E) 9 m |
| <input type="checkbox"/> (C) 7 m | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 5.3. O instante em que a bola atinge uma altura de 6,5 metros é:

- | | |
|------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,5 s | <input type="checkbox"/> (D) 4,5 s |
| <input type="checkbox"/> (B) 1 s | <input type="checkbox"/> (E) 5 s |
| <input type="checkbox"/> (C) 3 s | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 5.4. Indique durante quantos segundos esteve a bola a uma altura superior a 2 metros.

- | | |
|------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,5 s | <input type="checkbox"/> (D) 2 s |
| <input type="checkbox"/> (B) 1 s | <input type="checkbox"/> (E) 2,5 s |
| <input type="checkbox"/> (C) 1,5 s | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

Candidato n.º _____

6. A pressão atmosférica varia com a altitude. Num ponto do planeta Terra a pressão atmosférica P (em bar) é dada em função da altitude h (em quilómetros) relativa ao nível do mar por:

$$P(h) = 1,01 e^{-0,11 h} , \quad (h \geq 0)$$

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 6.1. A pressão atmosférica ao nível do mar nesse ponto do planeta Terra é:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 1,00 bar | <input type="checkbox"/> (D) 1,01 bar |
| <input type="checkbox"/> (B) 0,11 bar | <input type="checkbox"/> (E) 1,12 km |
| <input type="checkbox"/> (C) 0,90 km | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 6.2. Um avião está a sobrevoar esse ponto a uma altitude de 8400 metros, a pressão no exterior do avião, arredondada às centésimas, é :

- | | |
|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 0,50 bar | <input type="checkbox"/> (D) 2,54 bar |
| <input type="checkbox"/> (B) 0,40 bar | <input type="checkbox"/> (E) 0 bar |
| <input type="checkbox"/> (C) 0,45 bar | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |

- 6.3. A pressão atmosférica é 0,57 bar quando a altitude, arredondada às centésimas, no ponto é:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> (A) 5,00 km | <input type="checkbox"/> (D) -2,00 km |
| <input type="checkbox"/> (B) 0,94 km | <input type="checkbox"/> (E) 5,20 km |
| <input type="checkbox"/> (C) -5,20 km | <input type="checkbox"/> (F) Nenhuma das anteriores |



Candidato n.º _____

QUESTÕES OPTATIVAS

Resolva apenas duas questões de entre as questões 7, 8 e 9.

7. Um terreno de forma retangular tem de área 1500 metros quadrados e é contornado por uma vedação de 160 metros.

Nas questões seguintes, seleccione a única opção correta.

- 7.1. As dimensões do terreno (comprimento \times largura), em metros, são:

(A) 80×20

(D) 100×15

(B) 100×60

(E) 50×30

(C) 150×10

(F) Nenhuma das anteriores

- 7.2. Pretende-se implementar na área existente um edifício com x metros de altura.

O seu volume em função da altura é:

(A) $1600x$

(D) $1600x + 40$

(B) $1500x$

(E) $x + 1500$

(C) $1500x + 160$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

8. A Figura 2 representa um reservatório com 21 metros de altura.

Inicialmente, o reservatório estava cheio de água. Num certo instante, abre-se a válvula e o reservatório começa a ser esvaziado. Ao fim de três horas o reservatório fica vazio. Sabe-se que a altura, em metros, da água no reservatório t horas após ter começado a ser esvaziado é dada por:

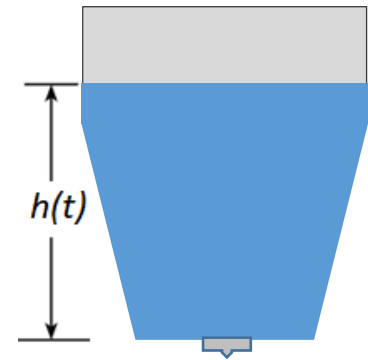


Figura 2

$$h(t) = \alpha t^2 - 4t + \beta, \quad t \in [0, 3].$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

8.1. Os valores de α e de β são:

(A) $\alpha = -1$ e $\beta = -25$

(D) $\alpha = -2$ e $\beta = 15$

(B) $\alpha = -2$ e $\beta = 21$

(E) $\alpha = -1$ e $\beta = 21$

(C) $\alpha = -1$ e $\beta = 15$

(F) Nenhuma das anteriores

8.2. A taxa de variação média da altura da água no reservatório no intervalo de tempo $[2, 3]$ é:

(A) -5 m/h

(D) -11 m/h

(B) -7 m/h

(E) -14 m/h

(C) -9 m/h

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

9. Seja x um número real positivo e a uma constante. Considere a seguinte função:

$$f(x) = \ln(e^{2x}) + 10^3 \log(x) + \log_2\left(\frac{2^a}{4}\right)$$

Nas questões seguintes, selecione a única opção correta.

9.1. Uma expressão equivalente à expressão da função anterior, para $x > 0$, é:

(A) $2x + x^3 + \left(\frac{2^a}{4}\right)$

(D) $x^2 + 3x + (a - 2)$

(B) $2x + x^3 - 2a$

(E) $x^3 + 2x + (a - 2)$

(C) $x^2 + 20x + a^{-2}$

(F) Nenhuma das anteriores

9.2. Considere $a = -1$. O valor de x que anula a função f , no seu domínio, é:

(A) $x = 1$

(D) $x = -1 + \sqrt{3}$

(B) $x = -\sqrt{2} + 1$

(E) $x = -\sqrt{2}$

(C) $x = \sqrt{2} + 1$

(F) Nenhuma das anteriores

Candidato n.º _____

COTAÇÃO

PARTE B (100 PONTOS)

Grupo	Questão			Cotação (pontos)		
Grupo I	Obrigatórias					
	1.1.			3		
	1.2.			5		
	2.1.			4		
	2.2.			4		
	Optativas					
	3.1.	4.1.		7		7
	3.2.	4.2.		7		7
	Subtotal			30		
	Grupo II	Obrigatórias				
5.1.			4			
5.2.			4			
5.3.			4			
5.4.			4			
6.1.			8			
6.2.			8			
6.3.			8			
Optativas						
7.1.		8.1.	9.1.	9	8	8
7.2.		8.2.	9.2.	6	7	7
Subtotal			70			
Total			100			